CAP. 7 ESEMPI NUMERICI

Sia dato uno stadio di turbina assiale che, a raggio medio, ha le seguenti caratteristiche:

- Portata $\dot{m} = 20\,kg/s$
- Temperatura totale di ingresso $T_{01} = 1100K$
- Pressione totale di ingresso $p_{01} = 400kPa$
- Salto di temp. Tot. Nello stadio $T_{01} - T_{03} = 145K$
- Rapporto di press. Tot. Nello stadio $p_{01}/p_{03} = 1.873$
- Numero di giri $N = 250\,giri/s$
- Velocità tangenziale a raggio medio $U = 340\,m/s$
- Coefficiente di perdita nello statore $\lambda_N = 0.05$

Assumendo per il calcolo $C_p = 1148\,J/kgK$ e $\gamma = 1.33$ si determini:

- Lo scambio energetico, la potenza ed il grado di reazione
- I triangoli di velocità ed i profili statorici e rotorici
- Il rendimento isentropico "total to total"
- Le condizioni termodinamiche di uscita dallo stadio
- Il coefficiente di perdita nel rotore
- Le sezioni di passaggio (annulus area) rispettivamente di: ingresso e uscita statore, uscita rotore
- La sezione di gola degli ugelli turbina.

SVOLGIMENTO

Si assume per il calcolo:

- Scarico assiale $\Rightarrow$ $u_{3t} = 0$ $\Rightarrow$ $\alpha_3 = 0$
- Stadio ripetuto $\Rightarrow$ $u_3 = u_1$
- Velocità assiale costante $\Rightarrow$ $u_a = \cos t$

Lo scambio energetico e la potenza valgono rispettivamente:

$$\Delta h_0 = C_p\left(T_{01} - T_{03}\right) = 1148 \times 145 = 166.46\,kJ/kg$$

$$P = \dot{m}\Delta h_0 = 20 \times 166.46 = 3329.2kW$$

Il *coefficiente di carico dello stadio* Ψ *vale:*

$$\Psi = \frac{2\Delta h_0}{U^2} = \frac{2 \times 166460}{340^2} = 2.88$$

ed assumendo per il coefficiente di flusso Φ un valore iniziale pari a 0.8, si ha:

$$u_a = \Phi U = 0.8 \times 340 = 272\,m/s$$

Deviazione nel rotore

Dalla relazione:

$$U = u_a\left(\tan\beta_3 - \tan\alpha_3\right)$$

essendo lo scarico assiale $(\alpha_3 = 0)$ si ottiene:

$$\tan\beta_3 = \frac{U}{u_a} = 1.25 \Rightarrow \beta_3 = 51.34°$$

Dalla relazione:

$$\psi = \frac{2u_a}{U}\left(\tan\beta_2 + \tan\beta_3\right)$$

ricordando che $\Phi = \frac{u_a}{U}$ si ottiene:

$$\psi = 2\Phi\left(\tan\beta_2 + \tan\beta_3\right) \Rightarrow \beta_2 = 28.8°$$

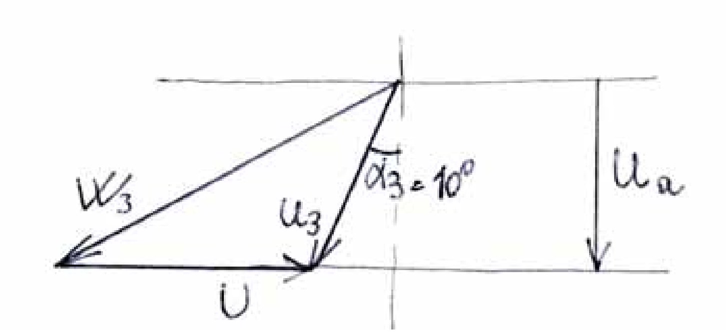
Grado di reazione

Si può calcolare ad esempio dalla:

$$R = \frac{\Phi}{2}\left(\tan\beta_3 - \tan\beta_2\right) = 0.28$$

Poiché si sta operando a raggio medio e R aumenta dalla radice all'apice, per evitare di avere R negativi alla radice (cioè ricompressione nel rotore $\Rightarrow$ **da evitare**) sarebbe opportuno avere valori di R vicino a 0.5.

Per aumentare R, si può provare ad introdurre una componente di swirl allo scarico, per aumentare la deviazione nel rotore.
Ad esempio, ponendo $\alpha_3 = 10°$, si ottiene:



$$u_3 = \frac{u_a}{\cos\alpha_3} = \frac{272}{\cos 10°} = 276.2\, m/s = u_1 \Rightarrow$$ (stadio ripetuto)

$$\tan\beta_3 = \frac{U}{u_a} + \tan\alpha_3 = 1.426 \Rightarrow \beta_3 = 54.96°$$

$$\tan\beta_2 = \frac{\psi}{2\Phi} - \tan\beta_3 = 0.374 \Rightarrow \beta_2 = 20.5°$$

$$R = \frac{\Phi}{2}\left(\tan\beta_3 - \tan\beta_2\right) = 0.42$$

Valore che si può ritenere accettabile.

Possiamo ora definire i triangoli di velocità:

$$w_{2t} = u_a \tan\beta_2 = 101.7\,m/s$$

$$u_2 = \sqrt{u_a^2 + \left(U + w_{2t}\right)^2} = 518.7\,m/s$$

$$w_2 = \sqrt{u_a^2 + w_{2t}^2} = 290.4\,m/s$$

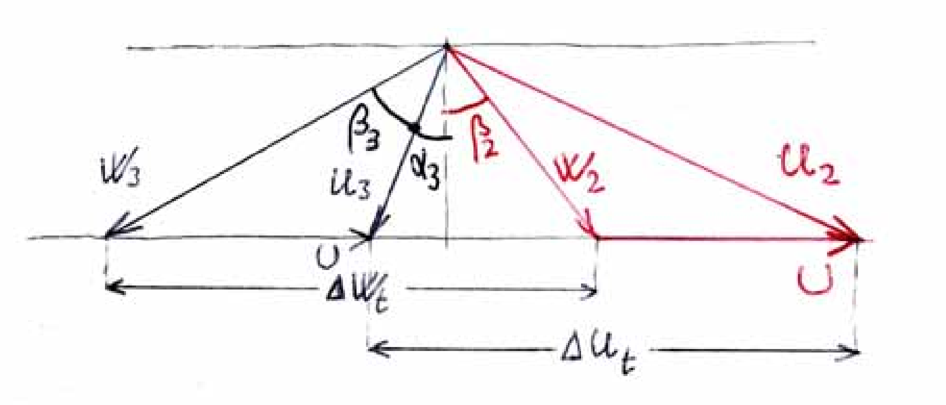
$$u_{3t} = u_a \tan\alpha_3 = 47.95\,m/s$$

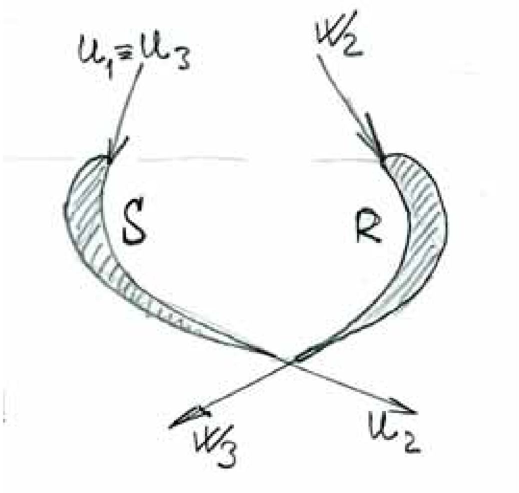
$$w_{3t} = u_a \tan\beta_3 = 387.87\,m/s$$

$$w_3 = \sqrt{u_a^2 + w_{3t}^2} = 473.74\,m/s$$

$$u_{2t} = U + w_{2t} = 441.7\,m/s$$

$$\cos\alpha_2 = \frac{u_a}{u_2} = 0.524 \Rightarrow \alpha_2 = 58.4°$$





Rendimento isentropico η_t (total to total)

$$T_{03'} = T_{01}\left(\frac{p_{03}}{p_{01}}\right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 941.39K$$

$$\eta_t = \frac{T_{01} - T_{03}}{T_{01} - T_{03'}} = 0.914$$

Condizioni di uscita dal rotore

$$p_{03} = \frac{p_{01}}{1.873} = 2.136 \cdot 10^5 \, Pa$$

$$T_{03} = T_{01} - \frac{\Delta h_0}{C_p} = 955K$$

$$T_3 = T_{03} - \frac{u_3^2}{2C_p} = 921.78K$$

$$p_3 = p_{03} \left(\frac{T_3}{T_{03}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 1.85 \cdot 10^5 \, Pa$$

$$\rho_3 = \frac{p_3}{RT_3} = 0.7 \, kg/m^3$$

Condizioni di uscita dallo statore

$$T_2 = T_{02} - \frac{u_2^2}{2C_p} = 982.8K$$

Dalla definizione del coefficiente di perdita nello statore $(\lambda_N = 0.05)$ si ricava $T_{2'}$:

$$\lambda_N = \frac{T_2 - T_{2'}}{u_2^2 / 2C_p} \Rightarrow T_{2'} = 976.96K$$

$$p_2 = p_{01} \left(\frac{T_{2'}}{T_{01}} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 2.49 \cdot 10^5 \, Pa$$

Verifichiamo se gli ugelli turbina sono in choking:

$$p^* = p_{01} \left(\frac{2}{\gamma+1} \right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 2.16 \cdot 10^5 \, Pa$$

essendo $p_2 \succ p^*$ gli ugelli turbina non sono in choking e la pressione di uscita è p_2, da cui:

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = 0.88 \, kg/m^3$$

Coefficiente di perdita nel rotore λ_R

Dalla definizione si ha:

$$\lambda_R = \frac{T_3 - T_{3''}}{w_3^2 / 2C_p} = 0.075$$

con:

$$T_{3''} = T_2 \left(\frac{p_3}{p_2} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} = 914.45K$$

Sezioni di passaggio (annulus area)

1. Sezione di ingresso statore A_1

$$A_1 = \frac{\dot{m}}{\rho_1 u_{1a}} = 0.0636 m^2$$

con:

$$T_1 = T_{01} - \frac{u_1^2}{2C_p} = 1066.77K$$

$$p_1 = p_{01}\left(\frac{T_1}{T_{01}}\right)^{\frac{\gamma}{\gamma-1}} = 3.54 \cdot 10^3 Pa$$

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = 1.156\, kg/m^3$$

2. Sezione di uscita statore A_2 $\quad (A_2 \succ A_1)$

$$A_2 = \frac{\dot{m}}{\rho_2 u_{2a}} = 0.0836 m^2$$

con $u_{2a}=u_{1a}=272$ m/s

3. Sezione di uscita rotore A_3 $\quad (A_3 \succ A_2)$

$$A_3 = \frac{\dot{m}}{\rho_3 u_{3a}} = 0.105 m^2$$

con $u_{3a}=u_{2a}=u_{1a}$

4. Sezione di gola ugelli turbina A_{2N} $\quad (A_{2N} \prec A_2)$

$$A_{2N} = \frac{\dot{m}}{\rho_2 u_2} = \frac{\dot{m}}{\rho_2 u_a}\cos\alpha_2 = A_2 \cos\alpha_2 = 0.0438 m^2$$